

# Лекция 2

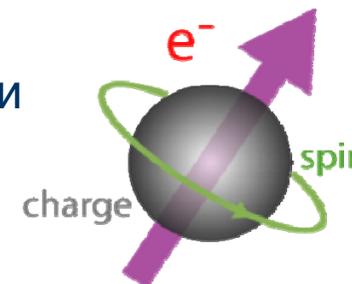
## ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

- **Краткие сведения из квантовой механики.** Электроны. Волны де Бройля. Соотношение неопределенности. Волновая функция.
- **Спектр электронных состояний атомов и кристаллов.** Частица в потенциальной яме. Спектр электронных состояний атомов. Квантовые числа. Электронные оболочки. Виды химической связи. Понятие о зонной структуре твердых тел. Принцип разделения веществ на проводники (металлы), полупроводники и изоляторы (диэлектрики).
- **Электропроводность твердых тел.** Модель электронного газа. Квантовая модель электропроводности. Трехмерный ящик. Энергия Ферми. Оценка числа состояний. Плотность энергетических состояний.
- **Распределение Ферми. Электроны и дырки.** Количество электронов в зоне проводимости. Собственная концентрация носителей заряда в полупроводнике. Уровень Ферми в беспримесном полупроводнике.
- **Собственная и примесная проводимость полупроводников.** Полупроводники n- и p-типа. Положение уровня Ферми в электрически нейтральном полупроводнике. Технологии легирования полупроводников.

## Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

# КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

- Электрон – центральный объект квантовой механики  
имеет массу  $m_e = 9.1 * 10^{-31} \text{ кг}$   
электрический заряд  $e = 1.6 * 10^{-19} \text{ Кл}$



- В 1923 году де Бройль предположил: движение любой частицы с импульсом  $\vec{p}$  описывается волновым процессом, длина волны которого



Луи де Бройль

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{или} \quad \hbar = \frac{h}{p}$$

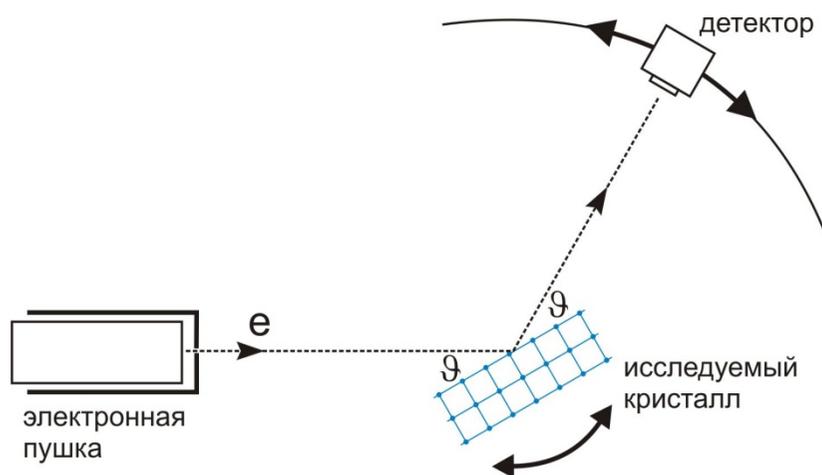
$$h = 6.62 * 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.06 * 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

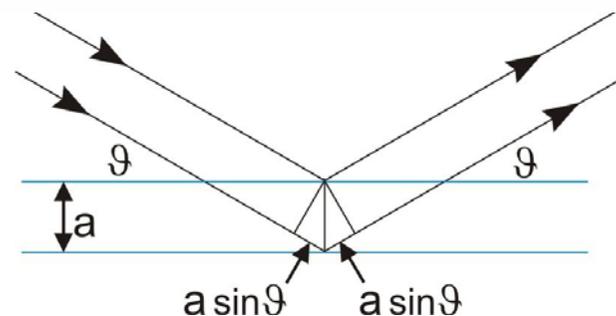
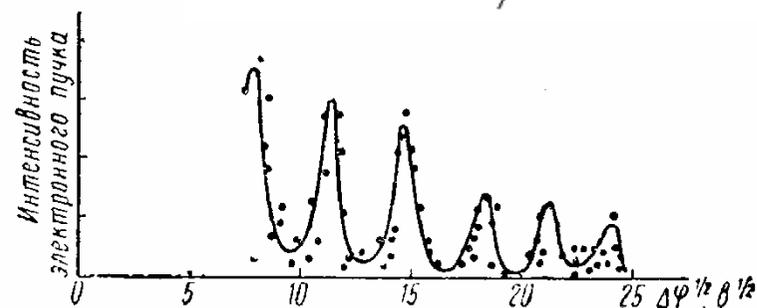
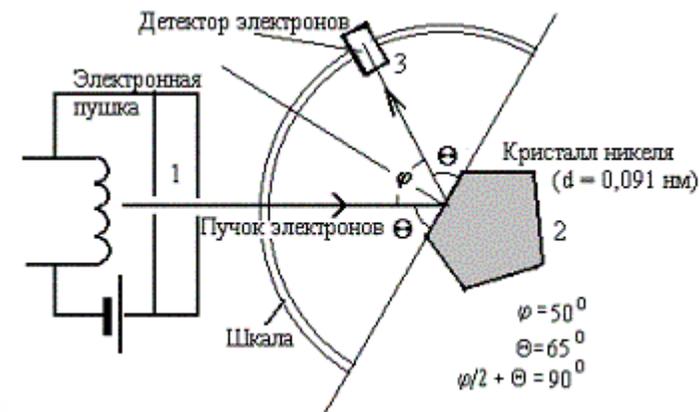
# Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

## КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Гипотеза де Бройля о наличии волновых свойств у электрона была подтверждена в 1927 году в экспериментах **Дэвиссона - Джермера** по дифракции электронов на поверхности монокристаллов Ni.



$$a \cdot \sin \vartheta = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$



## КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

- **Пример.** Пучок электронов с энергией 15 эВ падает на поверхность кристалла по нормали к его кристаллической плоскости и испытывает дифракцию. Угол первого дифракционного максимума составляет  $30^\circ$ . Определить период кристаллической решетки .
- **Решение:**

$$2a \cdot \sin \vartheta = n \cdot \frac{\lambda}{2} = 1 \cdot \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} \Rightarrow$$
$$a = \frac{h}{2 \sin \vartheta \sqrt{2m_e E_k}} \Rightarrow a = 3.2 * 10^{-10} \text{ м} = 3.2 \text{ \AA}$$

## КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

**Вопрос.** Может ли макроскопическая частица проявлять волновые (квантовые) свойства? Например, частица с массой 1 г и скоростью 1 м/с.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \approx 6.6 \cdot 10^{-31} \text{ м}$$

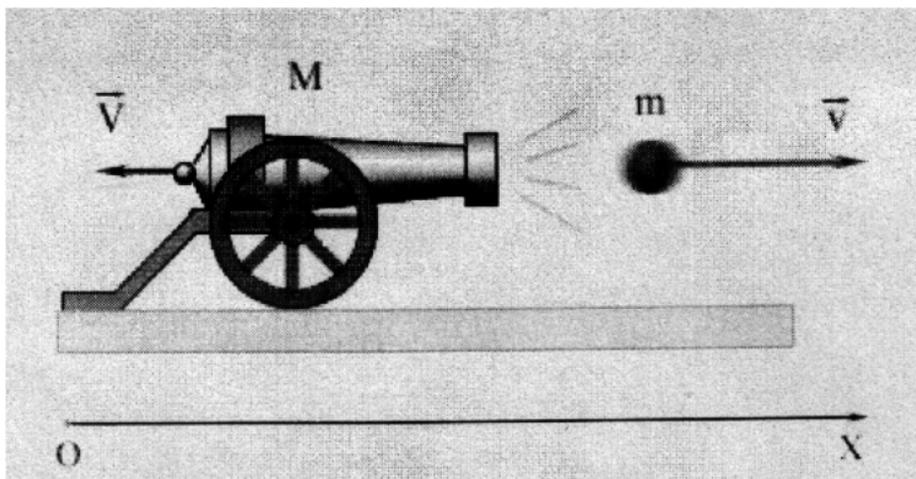
а, к примеру, размер протона всего  $10^{-15}$  м.

А если?

10 кг

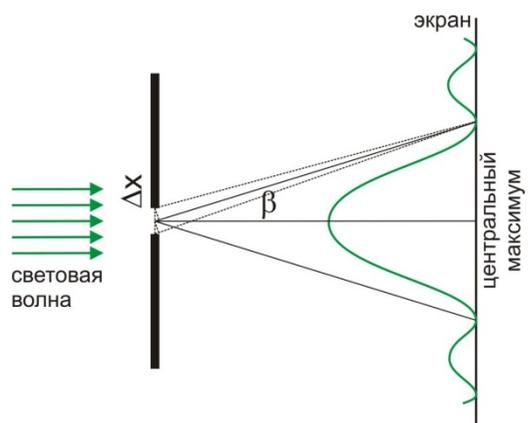
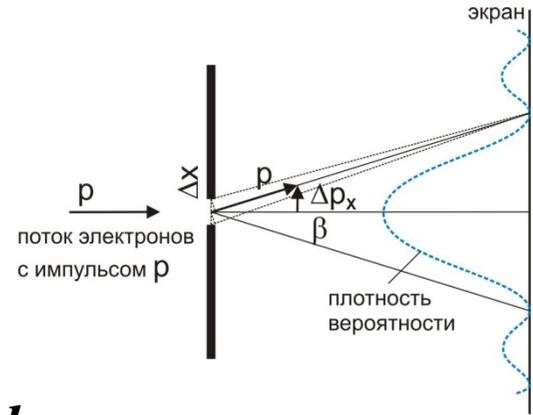
100 м/с

Тогда  $10^{-37}$  м



# КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

- Одним из парадоксальных проявлений волновых свойств микрочастиц является так называемое **соотношение неопределенности**.

$$\frac{\Delta x}{2} \cdot \sin \beta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\Delta p_x = 2p_x = 2p \frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{2h}{\Delta x} \Rightarrow \Delta p_x \cdot \Delta x = 2h$$

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

## КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

- Каждой квантовомеханической системе можно поставить в соответствие волновую функцию
- Квадрат модуля представляет вероятность обнаружить частицу в некоторой точке в данный момент времени
- Если система может находиться в каких-то нескольких состояниях, то ее общее состояние может описываться на основе суммы волновых функций, которыми характеризуется система.

$$\Psi(x, y, z, t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = 1$$

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$

## КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

**Пример.** Свободная частица, о которой мы знаем, что она движется вдоль оси  $x$  и имеет импульс  $p_0$ . В соответствии с формулой де Бройля мы можем приписать ей вполне определенную длину волны:

$$p = p_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h}{p_0}$$

Попробуем найти волновую функцию этой частицы. Поскольку это волна, то можно считать, что волновая функция должна изменяться по закону синуса или косинуса.

Если  $\Psi = A \cdot \cos(k_0 x - \omega t)$ , где  $k_0 = 2\pi/\lambda_0 = p_0/\hbar$

Тогда  $|\Psi|^2 = A^2 \cos^2(k_0 x - \omega t)$

- распределение вероятности содержит нули, что не соответствует смыслу

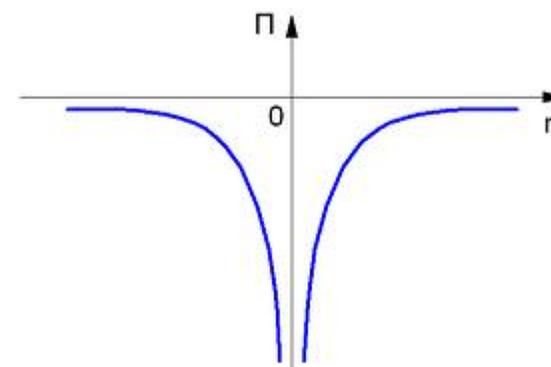
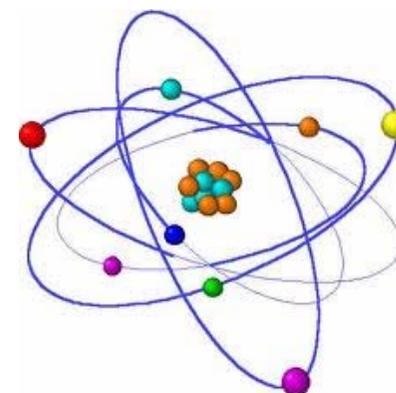
Возьмем вид волновой функции

$$\Psi = A e^{i(k_0 x - \omega t)} \quad \text{тогда} \quad |\Psi|^2 = \Psi^* \Psi = [A \cdot e^{i(k_0 x - \omega t)}] \cdot [A \cdot e^{-i(k_0 x - \omega t)}] = A^2$$

и обнаружить частицу можно в любой точке с равной вероятностью. Таким образом, мы построили волновую функцию свободной частицы

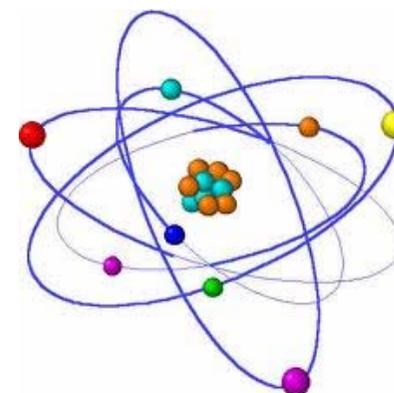
## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Важнейшим свойством атомов и молекул как квантовых систем, состоящих из связанных между собой микрочастиц, является то, что они могут принимать лишь определенные **разрешенные значения энергии**.
- **Частица в потенциальной яме.**  
Одномерная потенциальная яма (одномерный ящик с бесконечными стенками) является грубой, но наглядной моделью для понимания и описания основных закономерностей поведения электрона в атоме. Так же как и в атоме, электрон локализован в замкнутой области и не выходит за ее пределы, то есть, ящик с бесконечными стенками можно рассматривать как определенную упрощенную аналогию атомной системы.



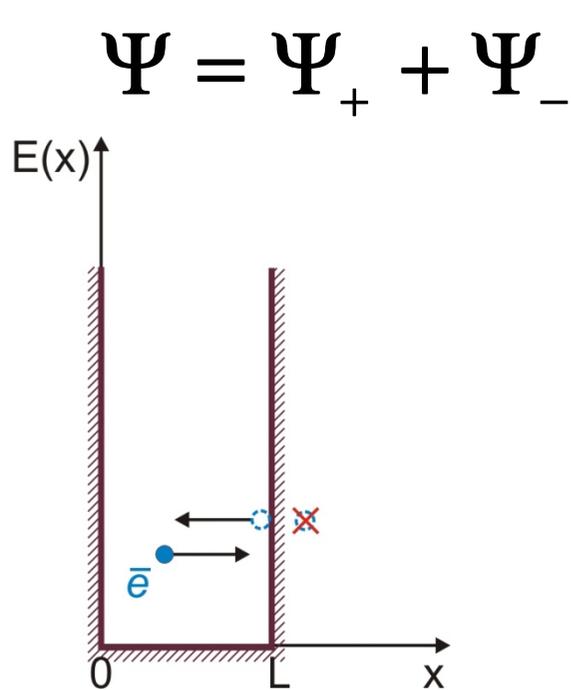
## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Важнейшим свойством атомов и молекул как квантовых систем, состоящих из связанных между собой микрочастиц, является то, что они могут принимать лишь определенные **разрешенные значения энергии**.
- **Частица в потенциальной яме.**  
Одномерная потенциальная яма (одномерный ящик с бесконечными стенками) является грубой, но наглядной моделью для понимания и описания основных закономерностей поведения электрона в атоме. Так же как и в атоме, электрон локализован в замкнутой области и не выходит за ее пределы, то есть, ящик с бесконечными стенками можно рассматривать как определенную упрощенную аналогию атомной системы.



# СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Частица в ящике не может покоиться (вследствие соотношения неопределенности), но может двигаться либо в одну, либо в противоположную сторону:



$$\Psi_+(x, t) = B \cdot e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\Psi_-(x, t) = -B \cdot e^{i(-kx - \omega t)}$$

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi_+ + \Psi_- = B \cdot e^{ikx - i\omega t} - B \cdot e^{-ikx - i\omega t} = \\ &= 2iB \cdot e^{-i\omega t} \frac{e^{ikx} - e^{-ikx}}{2i} = 2iB \cdot \sin kx \cdot e^{-i\omega t} \end{aligned}$$

$$2iB \cdot \sin kx = A \cdot \sin kx$$

$$\Psi(x) = \begin{cases} A \cdot \sin kx, & 0 \leq x \leq L \\ 0, & x \leq 0, \quad x \geq L \end{cases}$$

# СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

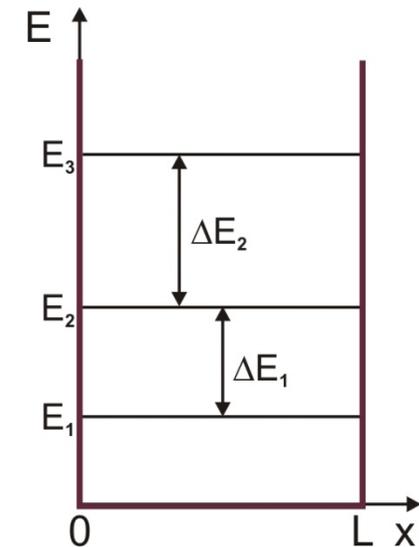
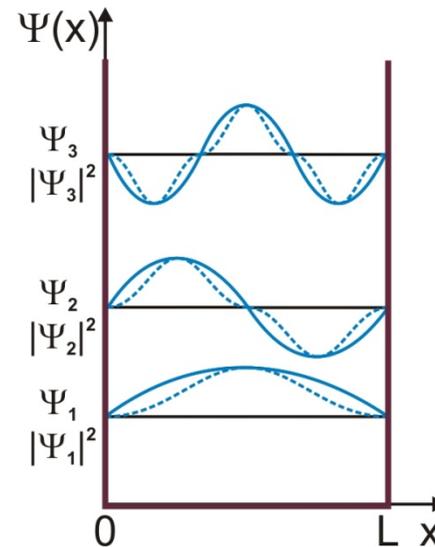
- Из условия непрерывности вблизи стенок  $\sin kx = 0$

$$k \cdot L = \pi \cdot n, \Rightarrow k_n = \frac{n\pi}{L}, \text{ где } n = 1, 2, \dots$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{h}{2\pi} = k_n \cdot \hbar$$

$$p_n = \frac{\pi \cdot \hbar \cdot n}{L}$$

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m \cdot L^2} n^2$$



## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- **Пример.**

$$L = 2 \overset{o}{\text{Å}}$$

$$E_n \approx 1.5 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \times n^2$$

$$1 \text{ эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \times 1 \text{ В} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$E_n \approx \dots = 8.7 \text{ эВ} \cdot n^2$$

$$E_1 \approx 8.7 \text{ эВ}$$

$$E_2 \approx 35 \text{ эВ}$$

# СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

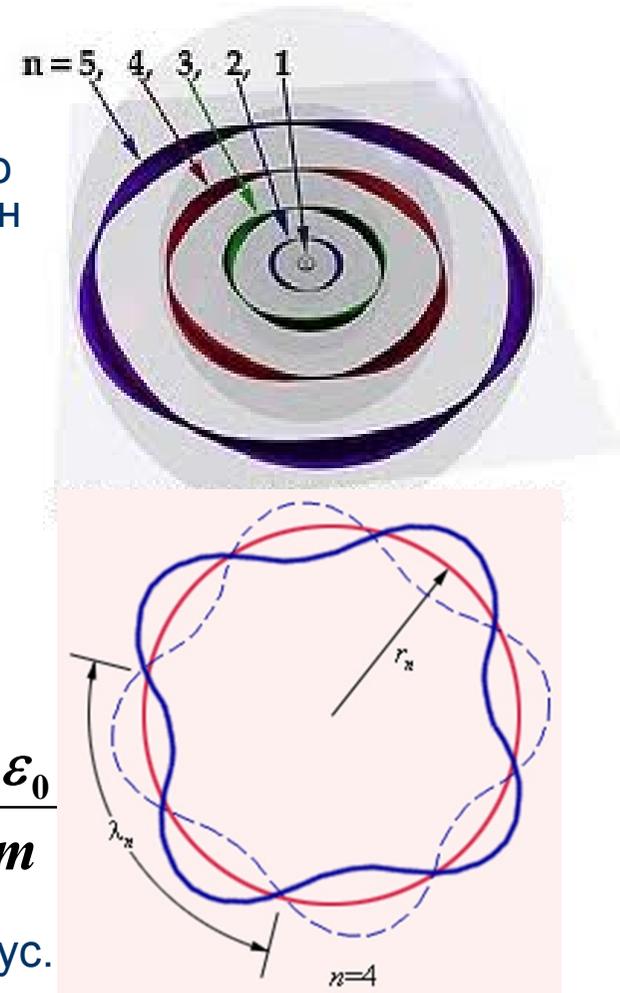
- **Атом водорода:** Движение электрона вокруг ядра происходит по строго определенным орбитам, так, что на длине орбиты укладывается целое число длин волн де Бройля:

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{p} = n \frac{h}{mv}, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

- Радиусы круговых орбит определяются из условия, что центробежная сила уравновешивается силой притяжения электрона к ядру

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad \Rightarrow \quad r = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi e^2 m}$$

- При  $n=1$  получаем  $r=0,53 \cdot 10^{-8}$  см – 1-й Боровский радиус.



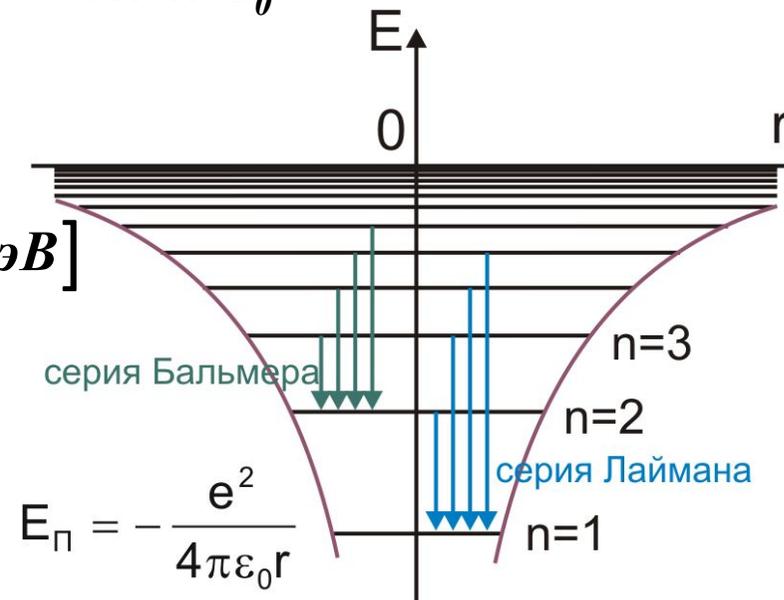
# СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Найдем значения энергии атома водорода

$$E = E_K + E_{II} = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^4 m}{8n^2 h^2 \epsilon_0^2}$$

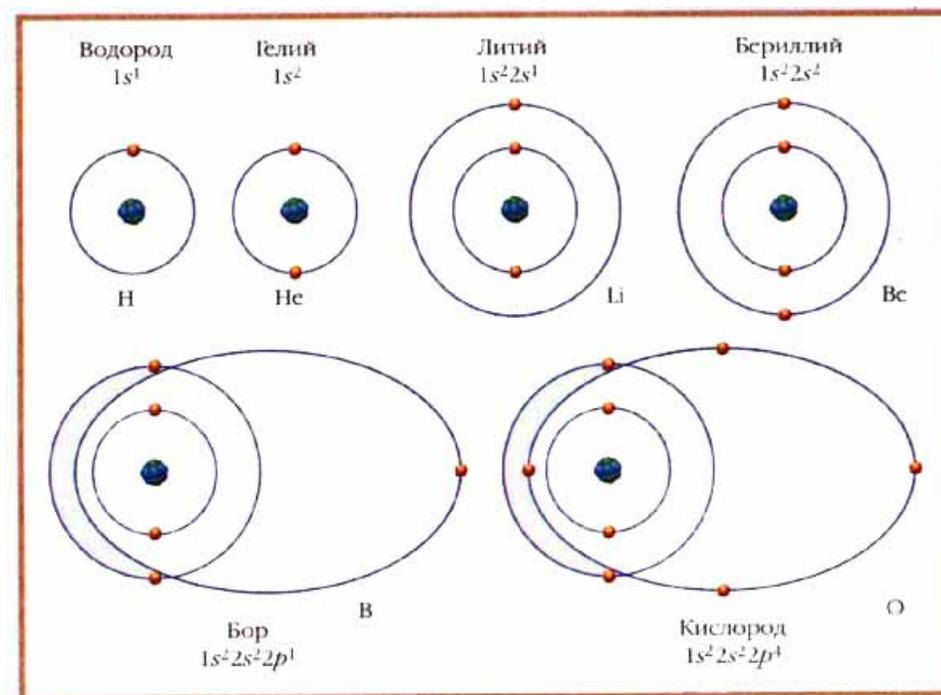
$$E_n = -\frac{e^4 m}{8n^2 h^2 \epsilon_0^2} = -\frac{1}{n^2} \frac{e^4 m}{8h^2 \epsilon_0^2} =$$

$$= -\frac{21,72 \cdot 10^{-19}}{n^2} [\text{Дж}] = -\frac{13,6}{n^2} [\text{эВ}]$$



# СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- **Энергетические состояния электронов в многоэлектронных атомах**
- Характер квантования определяется видом потенциала взаимодействия.
- Орбиты электронов в многоэлектронном атоме могут быть круговыми или эллиптическими.
- Электроны стремятся занять по возможности наиболее низкие энергетические состояния.
- Принцип Паули: может быть не более двух электронов на одном энергетическом уровне
- Возможные энергетические состояния электронов в атоме характеризуются четырьмя квантовыми числами

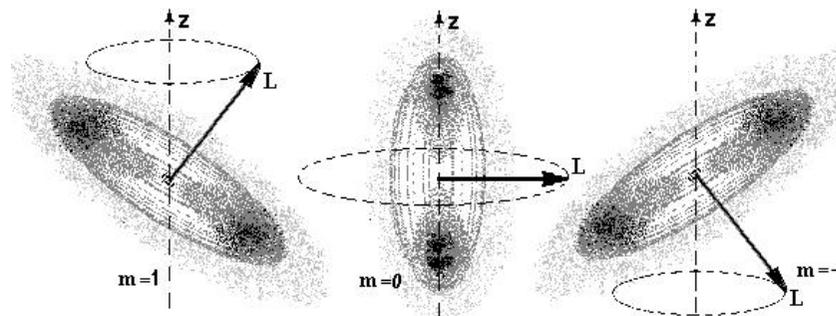


## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

### • **Квантовые числа**

- **Главное квантовое число  $n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )** определяется радиусом круговой орбиты или величиной большой полуоси эллиптической орбиты. Чем больше  $n$ , тем больше радиус. Состояния электрона, определяемые главным квантовым числом называют энергетическими уровнями.
- **Орбитальное квантовое число  $l$  ( $l=0, 1, 2, \dots, n-1$ )** определяет величину малой полуоси эллиптической орбиты. Значение  $l=0$  соответствует круговой орбите. Энергетические состояния, отвечающие различным  $l$ , называются подуровнями.  $l=0$  – *s*-подуровень,  $l=1$  – *p*-подуровень,  $l=2$  – *d*-подуровень,  $l=3$  – *f*-подуровень и т.д.
- **Магнитное квантовое число  $m$  ( $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ )** определяет пространственную ориентацию эллиптической орбиты. Каждому значению  $l$  соответствует  $2l+1$  возможная пространственная ориентация и соответствующее количество орбит.
- **Спиновое квантовое число  $s$  ( $s = \pm 1/2$ )** соответствует моменту количества движения электрона вокруг собственной оси. Вектор этого момента может быть параллелен или антипараллелен вектору орбитального момента.

*Магнитное квантовое число  $m$*



# СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- **Электронные оболочки.**

$n=1: 1s^2$

$n=2: 1s^2 2s^2 2p^6$

$n=3: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10}$

$n=4: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14}$

- Последовательность заполнения оболочек:

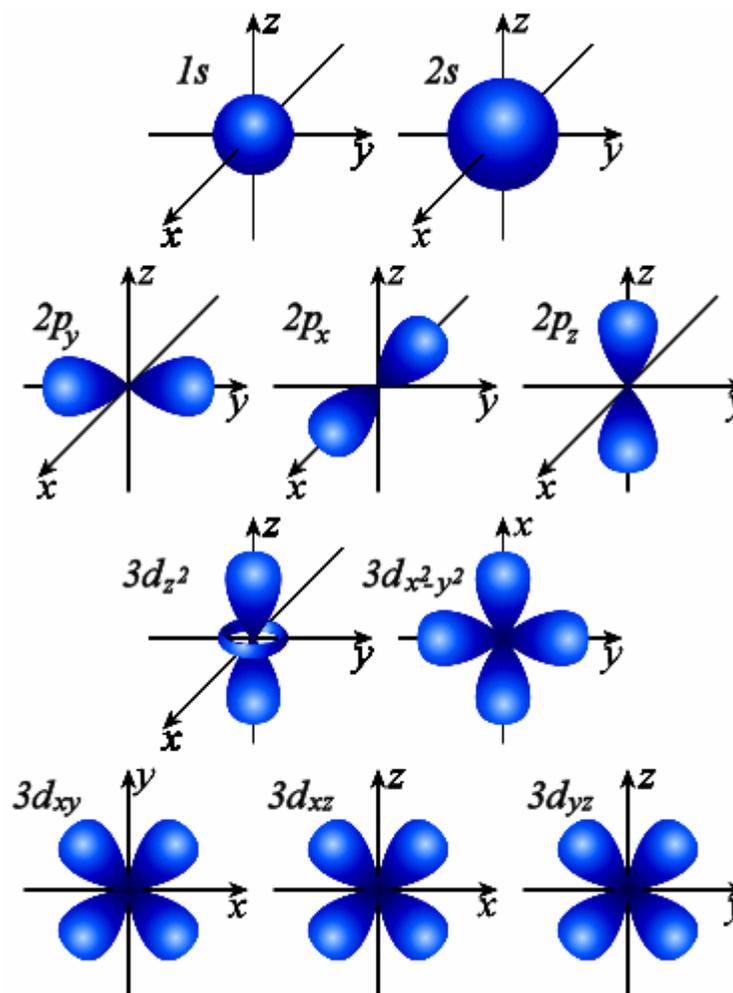
$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^{10} 6p^6 7s^2$

- Углерод C:  $1s^2 2s^2 2p^2$

- Кремний Si:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

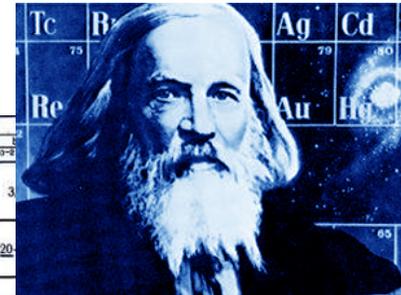
- Германий Ge:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$



# Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

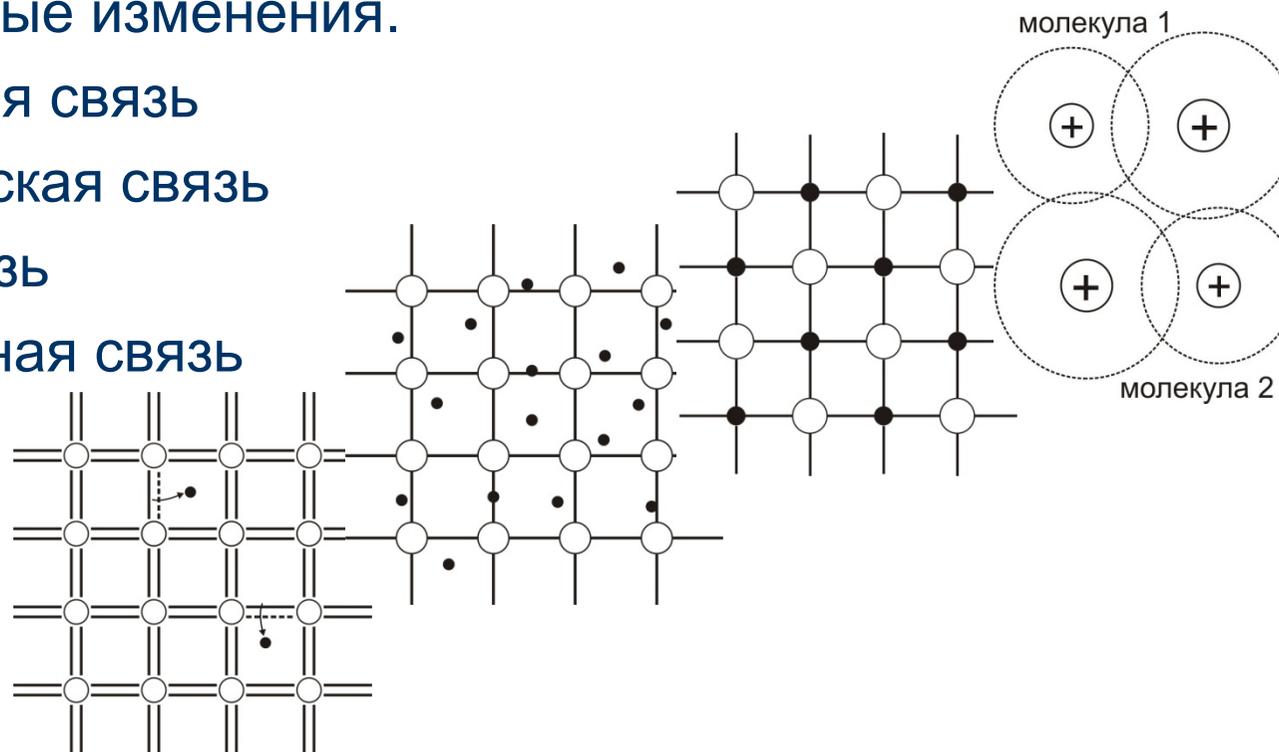


**ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ**  
Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

Период	Число элементов	Слово	Оболочки				Последовательность заполнения оболочек	I		II		III		IV		V		VI		VII		VIII	
			s	p	d	f		a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
1	2		K	L	M	N		1	2														
2	8		K	L	M	N		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
3	8		K	L	M	N		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
4	18		K	L	M	N		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
5	18		K	L	M	N		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
6	32		K	L	M	N		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
7	32		K	L	M	N		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	

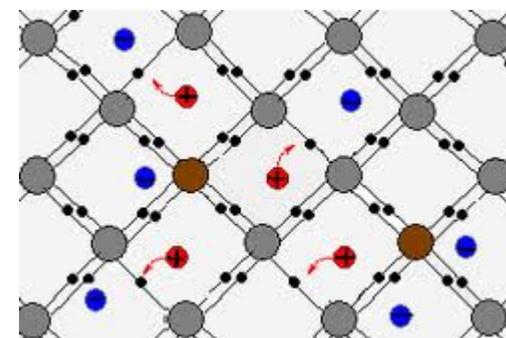
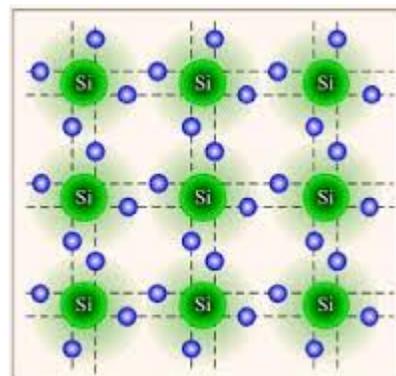
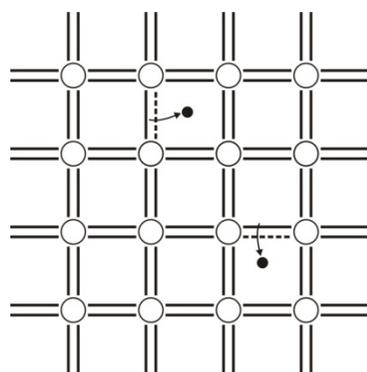
# СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- При соединении атомов в молекулы и кристаллы структура энергетических уровней претерпевает кардинальные изменения.
- Ковалентная связь
- Металлическая связь
- Ионная связь
- Молекулярная связь



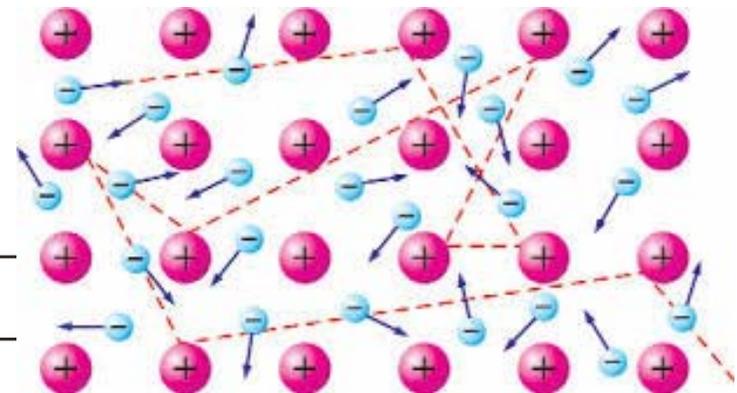
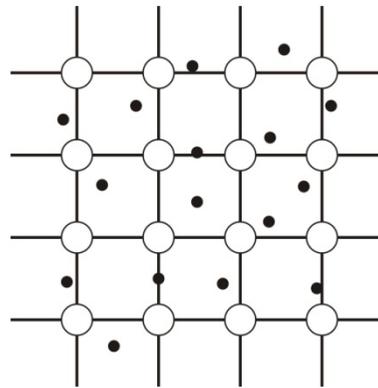
## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- При соединении атомов в молекулы и кристаллы структура энергетических уровней претерпевает кардинальные изменения.
- **Ковалентная связь в кристалле кремния**
- Металлическая связь
- Ионная связь
- Молекулярная связь



## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

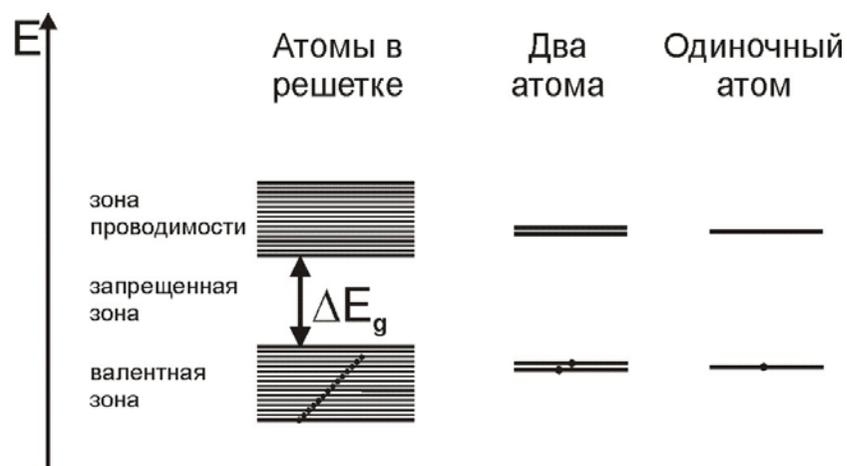
- При соединении атомов в молекулы и кристаллы структура энергетических уровней претерпевает кардинальные изменения.
- Ковалентная связь
- **Металлическая связь**
- Ионная связь
- Молекулярная связь



# Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- **Понятие о зонной структуре твердых тел**



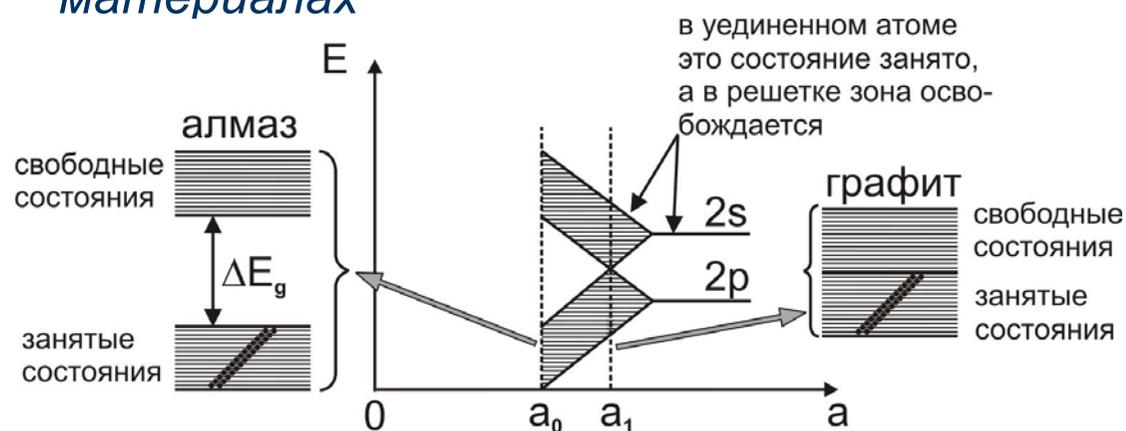
- **Обозначение степени заполнения энергетических зон**



# Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- Механизм образования энергетических зон в углеродных материалах

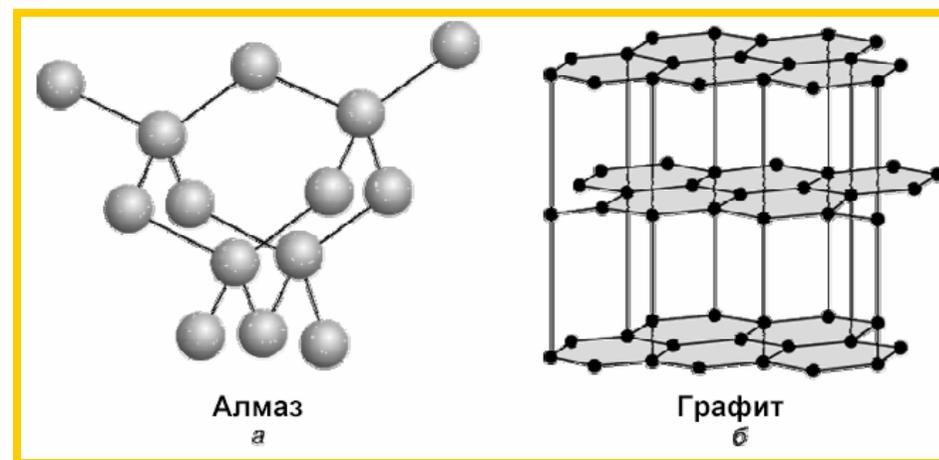


$\Delta E_g$  - ширина запрещенной зоны

$a_1$  - графит  
 $a_0$  - алмаз

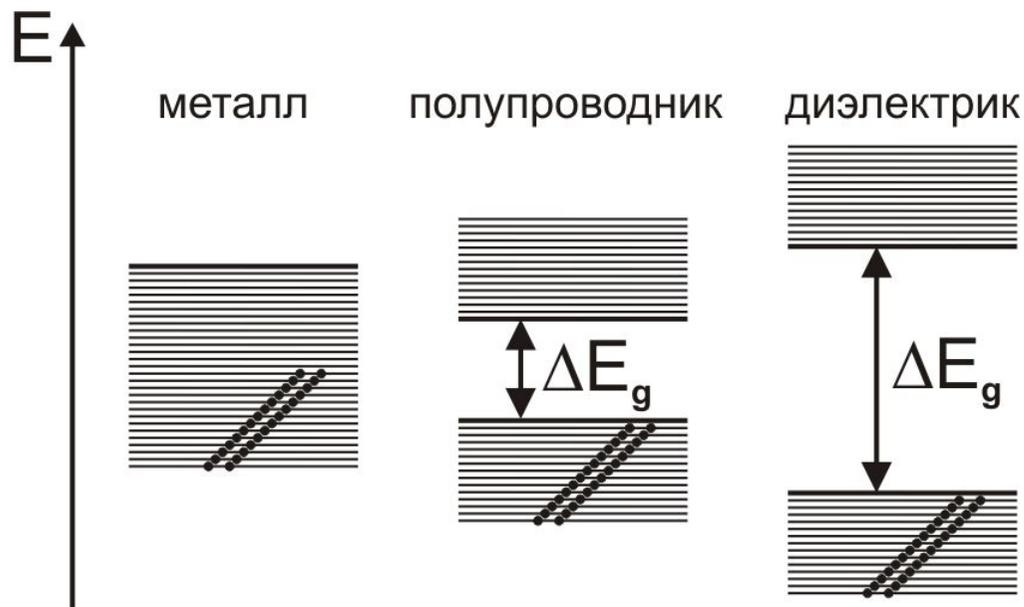
Ширина запрещенной зоны  $\Delta E_g$ :

Алмаз (C)	—	5.3 эВ
Кремний (Si)	—	1.1 эВ
Германий (Ge)	—	0.72 эВ



## СПЕКТР ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМОВ И КРИСТАЛЛОВ

- *Принцип разделения твердых тел на проводники, полупроводники и диэлектрики*



В металле заполненные состояния граничат с незаполненными. В полупроводниках ширина запрещенной зоны 0,5-2,5 эВ, а в диэлектриках >5эВ.

# Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

## ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

- Для описания движения электронов в твердом теле необходимо выбрать адекватную модель, по возможности, не слишком сложную:

- Модель электронного газа**

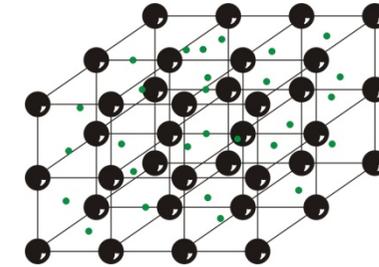
Тепловое движение электронов

$$\frac{mv_T^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$v_T \sim 10^5 \text{ м/с при } T = 300 \text{ К}$$

Распределение Больцмана

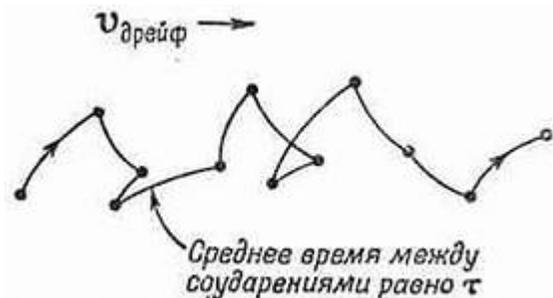
$$p(E) = A e^{-\frac{E}{k_B T}}$$



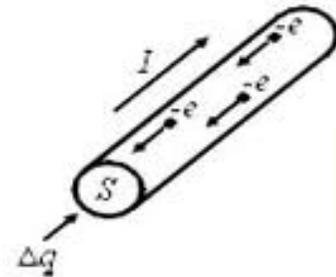
Дрейф в электрическом поле

$$v_{Dr} = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \tau = \frac{eE}{2mv_T}$$

$$\vec{j} = env_{Dr} = \frac{e^2 nl}{mv_T} \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$$



$$\tau = \frac{l}{v_T}$$



$$j = \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} E = \frac{1}{\rho L} U \Rightarrow I = \frac{U}{R}$$

Закон Ома

Удельная проводимость

$$\sigma = \frac{e^2 nl}{mv_T}$$

Удельное сопротивление

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

## Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

# ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

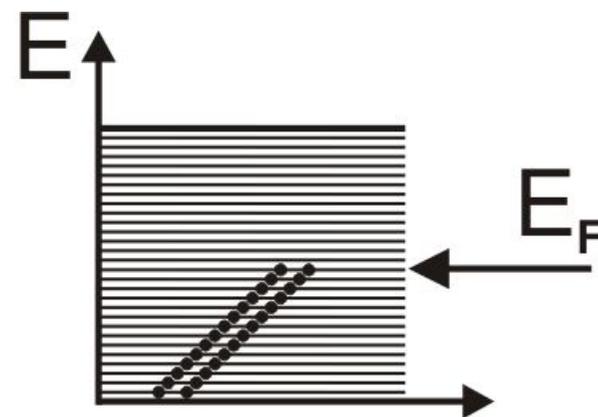
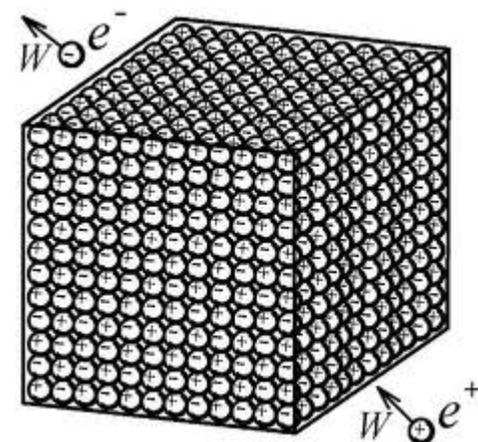
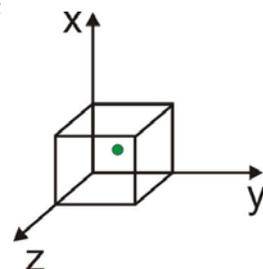
$$p_n = \frac{\pi \hbar n}{L}$$

- **Квантовая модель электропроводности. Трехмерный ящик.**

$$n_x = \frac{L}{\pi \hbar} p_{n_x}, \quad n_y = \frac{L}{\pi \hbar} p_{n_y}, \quad n_z = \frac{L}{\pi \hbar} p_{n_z}$$

$$p^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

$$E^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \sim \frac{1}{L^2}$$



- **Энергия Ферми.** Уровень энергии  $E_F$ , до которого заполнены все электронные состояния, называется уровнем Ферми.

## Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

# ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

- **Оценка числа состояний**  
Максимальное возможное квантовое число определяется максимальным импульсом, то есть импульсом электрона на **уровне Ферми**.

$$n_{x\max} = n_{y\max} = n_{z\max} = \frac{L}{\pi\hbar} p_F$$

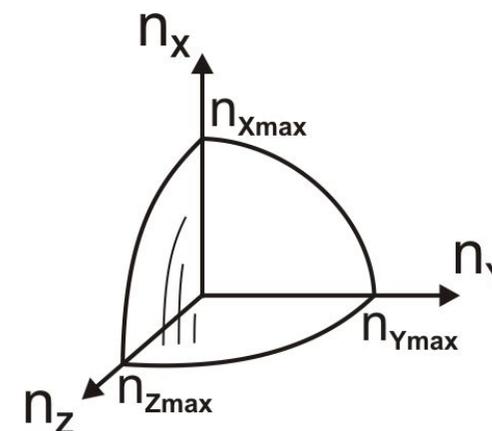
Полное число состояний

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 \leq \frac{L^2}{\pi^2\hbar^2} p_F^2 \quad \text{и} \quad n_{x,y,z} \leq \frac{L}{\pi\hbar} p_F$$

Это 1/8 от объема шара в пространстве квантовых чисел (сфера Ферми)

С учетом принципа Паули 
$$S = \frac{p_F^3 V}{3\pi^2\hbar^3}$$

или, в расчете на единицу объема



$$S = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{p_F^3 L^3}{\pi^3 \hbar^3} = \frac{p_F^3 V}{6\pi^2 \hbar^3}$$

$$N = \frac{S}{V} = \frac{p_F^3}{3\pi^2 \hbar^3}$$

## Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

# ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

- Импульс электрона на уровне Ферми

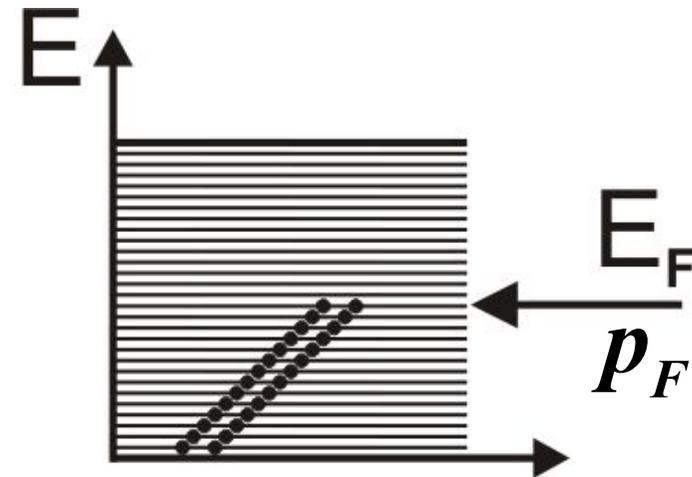
$$p_F = (3\pi^2 \hbar^3 N)^{1/3}$$

- Энергия Ферми

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 N)^{2/3}$$

- Плотность энергетических состояний:  
количество частиц с энергией в интервале  
вблизи уровня Ферми:  $(E, E + \Delta E)$

$$dN = d \left( \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2mE}{\hbar^2} \right)^{3/2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{m^{3/2}}{\hbar^3} E^{1/2} dE$$



## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

- Плотность состояний с энергией  $E$  недалеко от уровня Ферми  $E_F$ :

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{m^{3/2}}{\hbar^3} E^{1/2}$$

- **Распределение Ферми**

не все  $N(E)$  заполнены, нужно знать вероятность заполнения  $f(E)$ , чтобы определить число носителей заряда

$$n(E) = N(E) \cdot f(E), \text{ концентрация электронов}$$

$$n = \int_0^{\infty} n(E) dE$$

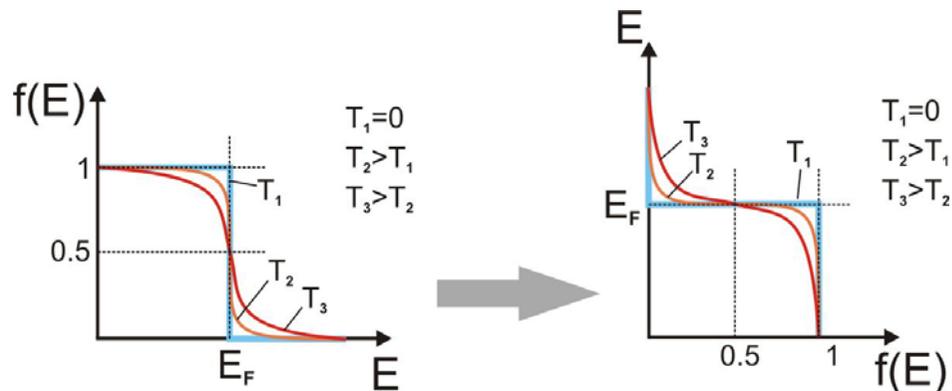
Для фермионов (частиц со спином 1/2):

$$f_F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_B T}}}$$

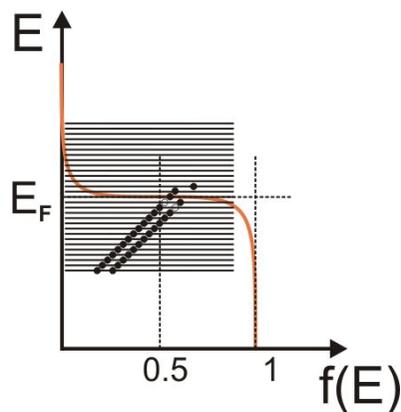
# Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

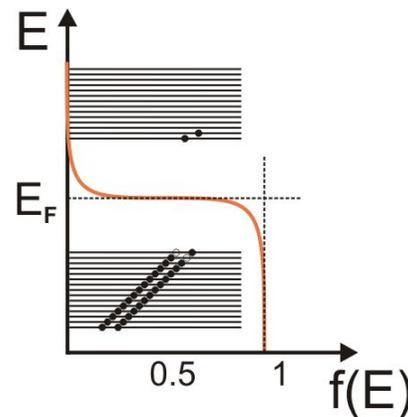
- Графический вид **распределения Ферми**



Уровень Ферми в металле

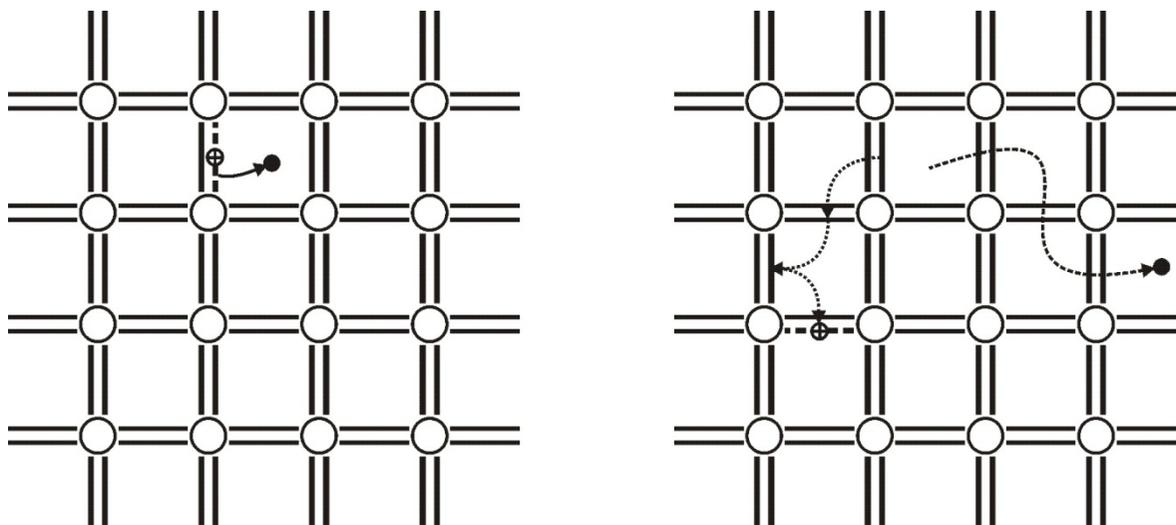


Уровень Ферми в полупроводнике



## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

### • Электроны и дырки



*Количество электронов и дырок в чистом, беспримесном и бездефектном полупроводнике очень мало, единицы на  $10^{10}$ - $10^{14}$  атомов. С увеличением температуры количество электронов и дырок быстро растет. Увеличить количество электронов и дырок можно целенаправленно, с помощью легирования.*

- **Количество электронов в зоне проводимости полупроводника**

$$n = \int_0^{\infty} n(E) dE = \int_0^{\infty} N(E) \cdot f(E) dE,$$

$$\text{при } E_C - E_F, E_F - E_V \gg k_B T \Rightarrow f_F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_B T}}} \sim e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}}$$

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{m_n^{*3/2}}{\hbar^3} E^{1/2}$$

$$n = \int_{E_g}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \frac{m_n^{*3/2}}{\hbar^3} (E - E_C)^{1/2} e^{-\frac{E - E_F}{k_B T}} dE$$

# РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

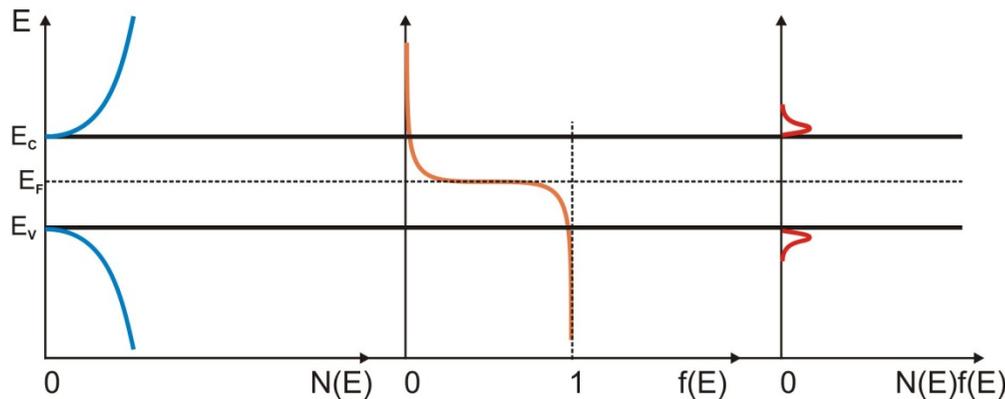
- **Количество электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне полупроводника**

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}},$$

$$\text{где } N_C = 2 \frac{m_n^{*3/2} (k_B T)^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi^{3/2} \hbar^3} e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$$

$$p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$$

$$\text{где } N_V = 2 \frac{m_p^{*3/2} (k_B T)^{3/2}}{2\sqrt{2}\pi^{3/2} \hbar^3} e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$$



$$np = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}} N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}} =$$

$$N_C N_V e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}} =$$

$$N_C N_V e^{-\frac{E_G}{k_B T}}$$

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ. ЭЛЕКТРОНЫ И ДЫРКИ

- **Собственная концентрация носителей заряда в беспримесном (истинном) полупроводнике**

$$n = p = n_i \quad \text{И} \quad n_i^2 = np \approx N_C N_V e^{-\frac{E_G}{k_B T}} \approx N_C^2 e^{-\frac{E_G}{k_B T}}$$

$$n_i \approx N_C e^{-\frac{E_G}{2k_B T}}$$

- **Уровень Ферми в беспримесном полупроводнике**

$$f(E_C) = 1 - f(E_V)$$

$$\frac{1}{1 + e^{\frac{E_C - E_F}{k_B T}}} = 1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}} = \frac{e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}}{1 + e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}} \quad 1 + e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}} = e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}} + e^{\frac{E_V + E_C - 2E_F}{k_B T}}$$

$$E_F = \frac{E_V + E_C}{2}$$

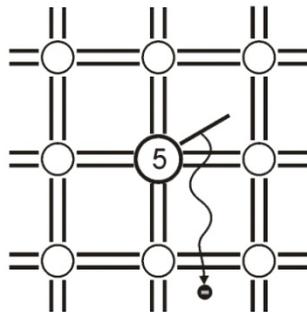
# СОБСТВЕННАЯ И ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

## Собственная и примесная проводимость

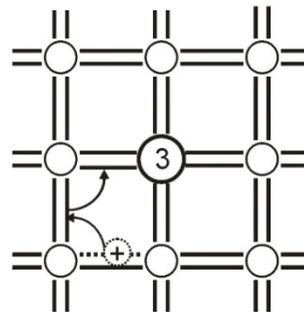
При комнатной температуре в кремнии (Si)  $n_i \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$  и  $n_i \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$  в германии (Ge). Эти концентрации незначительны по сравнению с концентрацией атомов полупроводника  $\sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$

$$N_D, N_A \sim 10^{15} \dots 10^{19} \text{ см}^{-3} \gg n_i (10^9 \dots 10^{13} \text{ см}^{-3})$$

*B, Al, Ga, In*



*N, P, As, Sb*

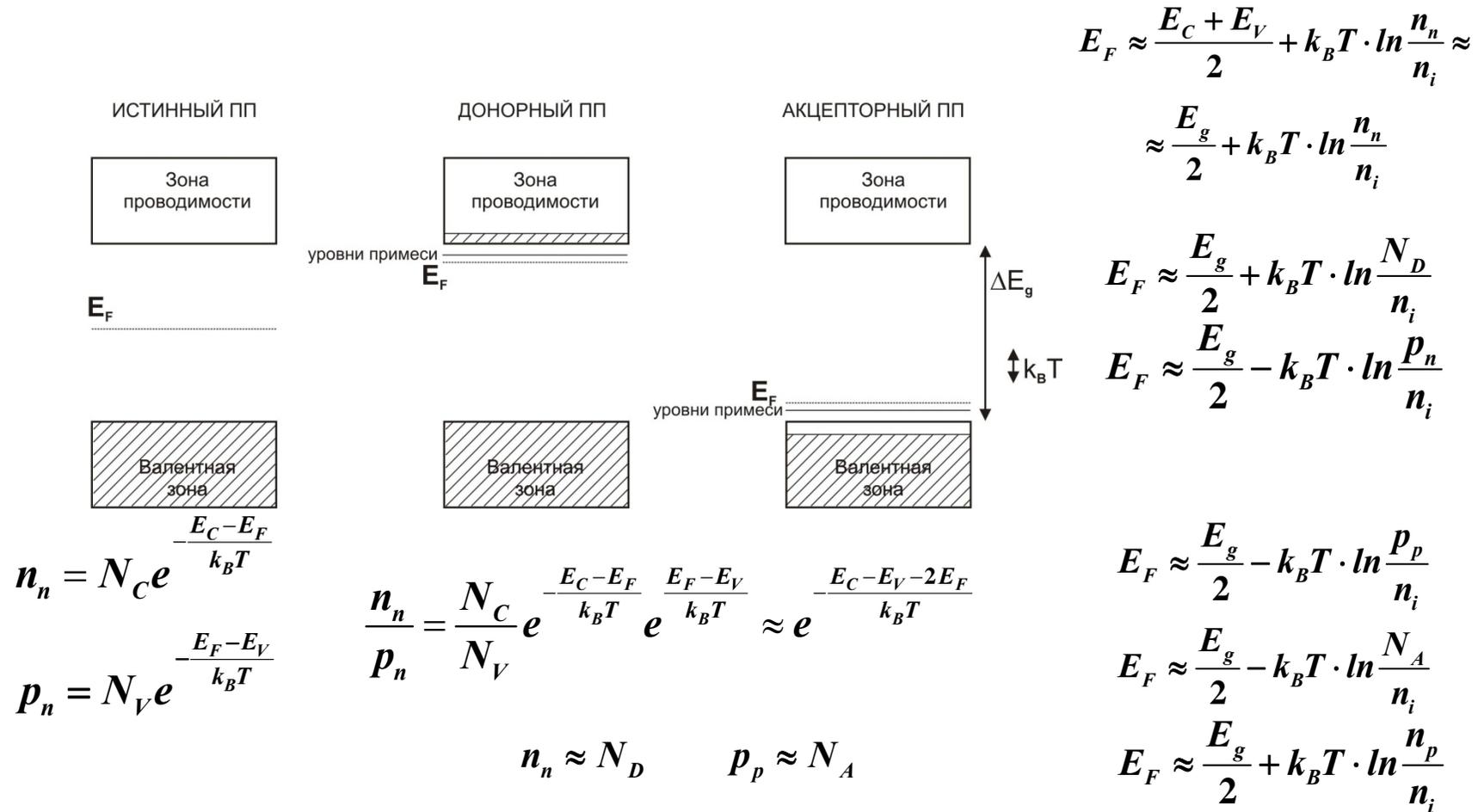


$$n_n = N_D + p_n, \quad n_n \cdot p_n = n_i^2, \quad n_n \gg p_n, \quad n_n \approx N_D$$

$$p_p = N_A + n_p, \quad p_p \cdot n_p = n_i^2, \quad p_p \gg n_p, \quad p_p \approx N_A$$

# СОБСТВЕННАЯ И ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

- **Положение уровня Ферми в электрически нейтральном и легированном полупроводнике**



## СОБСТВЕННАЯ И ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

- **Технологии легирования полупроводников**

**Высокотемпературная диффузия:** легирующая примесь приводится в соприкосновение с поверхностью монокристалла кремния. Монокристалл разогревается, и атомы примеси проникают внутрь монокристалла, замещая атомы кремния в решетке.

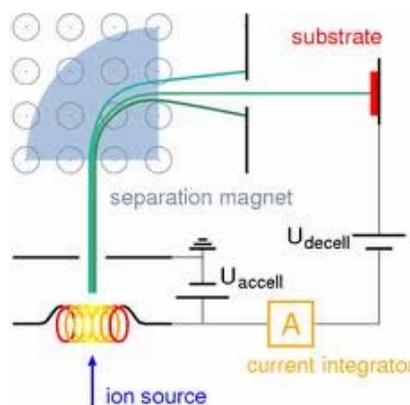
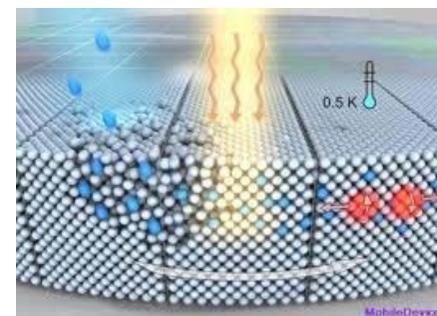
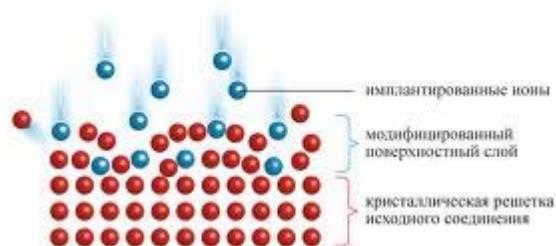
**Ионная имплантация** (ионное внедрение, ионное легирование): процесс введения примесных атомов в твердое тело путем бомбардировки его поверхности ускоренными ионами.

**Радиационно-стимулированная диффузия:** бомбардировка кристалла легкими ионами, энергия которых передается атомам подложки. Вследствие этого наблюдается смещение атомов в междоузельное пространство и образуются вакансии. В определенных условиях вакансии могут мигрировать в кристалле, меняясь положением в решетке с соседними атомами основного кристалла или атомами примеси.

**Лазерный отжиг.** В процессе легирования лазерное излучение используется как для непосредственного селективного легирования, так и для отжига пластин после проведения ионной имплантации, а также диффузии, эпитаксиального наращивания и т.д.

# Лекция 2. Электропроводность металлов и полупроводников СОБСТВЕННАЯ И ПРИМЕСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

- *Технологии легирования полупроводников*



## **Лекция 3. Элементы физики полупроводников. Полупроводниковые диоды**

- **Свободные носители заряда в металлах и полупроводниках.** Полупроводники в микроэлектронике. Носители заряда в полупроводнике. Дрейфовый ток. Диффузионный ток. Закон Ома. Уравнение непрерывности
- **Электронно-дырочные переходы и их характеристики.** Контактные явления на границе двух полупроводников. Электронно-дырочный переход. Расчет поля и потенциала. Ширина запирающего слоя. Высота потенциального барьера. Инжекция и экстракция неосновных носителей заряда в p-n-переходе. Вольт-амперная характеристика. Полупроводниковые диоды. Дифференциальное сопротивление p-n-переходов. Барьерная емкость p-n-перехода. Диффузионная емкость p-n-перехода.
- **Полупроводниковые диоды.** Быстродействие полупроводниковых диодов. Виды полупроводниковых диодов.
- **Контакт металл - полупроводник.** Диоды Шоттки. Омические контакты.
- **Прямозонные и непрямозонные полупроводники.** Простейшие **оптоэлектронные устройства**

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !**

# Лекция 3. Элементы физики полупроводников. Полупроводниковые диоды

- **Движение свободных носителей заряда в металлах и полупроводниках.** Полупроводники в микроэлектронике. Носители заряда в полупроводнике. Дрейфовый ток. Диффузионный ток. Закон Ома. Уравнение непрерывности
- **Электронно-дырочные переходы и их характеристики.** Контактные явления на границе двух полупроводников. Электронно-дырочный переход. Расчет поля и потенциала. Ширина запирающего слоя. Высота потенциального барьера. Инжекция и экстракция неосновных носителей заряда в p-n-переходе. Вольт-амперная характеристика. Полупроводниковый диод. Дифференциальное сопротивление p-n-переходов. Барьерная емкость p-n-перехода. Диффузионная емкость p-n-перехода.
- **Полупроводниковые диоды.** Быстродействие полупроводниковых диодов. Виды полупроводниковых диодов.
- **Контакт металл - полупроводник.** Диоды Шоттки. Омические контакты.
- **Оптоэлектроника.** Прямозонные и непрямозонные полупроводники. Простейшие оптоэлектронные устройства